Amérique du Nord 2016 – EXO 2

1- Illustration du principe de détection par vélocimétrie

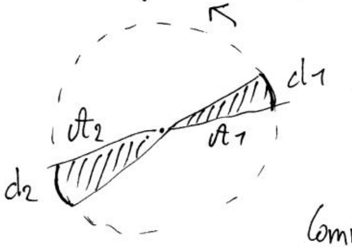
1-1) grâce à la relation $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$, on a $v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}.c$.
Comme le montre le doc-1, on doit mesurer les longueurs d'onde des raies décalées. Connaissant la longueur d'onde de la raie de référence, on a $\Delta\lambda$ et λ. Ceci permet donc de calculer v et de tracer son évolution temporelle.

1-2) On utilise le document 2 : On mesure la valeur de 2 périodes T du 1er minimum au 3ème minimum.

$$2T = 2454304,4 - 2454300,0 \Rightarrow T = 2,2 \text{ jours.}$$

1-3) Comme on a une sinusoïde pour l'évolution temporelle de v, la trajectoire est un cercle.

1-4) On utilise la deuxième loi de Kepler : pendant des durées égales, le rayon-vecteur balaye des aires égales.



$$v_1 = \frac{d_1}{t_1} = \frac{d_1}{t} \qquad v_2 = \frac{d_2}{t_2} = \frac{d_2}{t}$$

Comme $A_1 = A_2$ alors $d_1 = d_2$.
$\Rightarrow v_1 = v_2$: la vitesse est constante, le mouvement est uniforme.

2- Habitabilité de l'exoplanète

2-1) Le rapport du carré de la période de révolution de la planète et du cube de son demi-grand axe (ou du cube de son rayon (de la trajectoire)) est une constante qui ne dépend que de l'étoile (astre attracteur) :

$$\frac{T^2}{R^3} = cte \quad \text{(trajectoire circulaire)}$$

2-2) Dans le référentiel galiléen centré sur l'étoile :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$\vec{F}$: Force gravitationnelle créée par l'étoile sur la planète.

$$F = ma \Rightarrow \underbrace{G.\frac{M.\cancel{m}}{R^2}}_{\text{loi de gravitation}} = \cancel{m}\underbrace{\frac{v^2}{R}}_{\text{accélération tangentielle.}}$$

donc $G.\frac{M}{R} = v^2$

Le mouvement étant circulaire uniforme, on a $v = \frac{2\pi R}{T}$

$\Rightarrow G.\frac{M}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2}$ donc $\frac{GM}{R^3} = \frac{4\pi^2}{T^2}$

et enfin $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$

2-3) $R^3 = \frac{T^2.G.M}{4\pi^2} \Rightarrow R = \left(\frac{T^2.G.M}{4\pi^2}\right)^{1/3}$

$$R = \left(\frac{(2,2\times24\times3600)^2\times6,67.10^{-11}\times0,82\times1,989.10^{30}}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} = 4,6.10^{9}\text{ m} = 4,6.10^{6}\text{ km} = 0,031 \text{ U.A.}$$

2-4) Les caractéristiques de l'étoile sont voisines de celles du Soleil.
$0,031 < 0,723$ U.A (Vénus). La planète est trop proche de son étoile pour être dans la zone habitable.